Övning 5

1, Bestäm antalet tal mellan 1 och 900 som inte är delbara med något av talen 4, 5 eller 6.

Vi räknar ut antal tal som är delbara med 4,5,6 och tar bort det från 900.

A = {n i U : 4 delar N} = {4,8,12,16,….., 900}

B = {n i U : 5 delar N} = {5,10,15,20,….., 900}

C = {n i U : 6 delar N} = {6,12,18,24,….., 900}

Vi har då att {n i U : 4, 5 eller 6 delar n} = A U B U C. Enligt principen om inklusion-exklusion har vi då att.

|A ∪ B ∪ C| = |A| + |B| + |C| − |A ∩ B| − |A ∩ C| − |B ∩ C| + |A ∩ B ∩ C|

Så vi börjar med att räkna ut storleken på dessa mängder

|A| = 900/4 = 225

|B| = 900/5 = 180

|C| = 900/6 = 150

För snitten ser vi att

A B = {4 och 5 delar n} = lcm (4,5) = 20 delar n

A = {4 och 6 delar n} = lcm (4,6) = 12 delar n

B C = {5 och 6 delar n} = lcm (5,6) = 30 delar n

A B C = lcm (4,5,6) = 60 delar n

Alltså är antalet tal i U som är delbara med 4,5 eller 6

|A ∪ B ∪ C| = 225 + 180 + 150 – 900/20 – 900/12 – 900/30 + 900/60 = 420

Svar: 900 – 420 = 480

2,

Bestäm antalet ord en kan bilda med hjälp av bokstäverna i ordet DISKRET som är sådana att inget av orden SIK, RET eller DIS förekommer som delord. T.ex. är ordet DSIKRTE otillåtet eftersom bokstäverna S, I och K kommer direkt efter varandra.

Det finns 7! att ordna bokstäverna på..

Vi börjar med att räkna ut hur många av dessa som innehåller SIK, RET eller DIS.

Vi sätter SIK som ett ord. Vilket gör att vi har permutationer av SIK, D,R,E,T vilket det finns 5! av.

Det finns lika många som innehåller DIS och RET.

Så |A| + |B| + |C| = 5! + 5! + 5!

Nu beräknar vi |A ∩ B| = vilket är ord som innehåller både SIK och RET. Vilket är permutationer av SIK, RET, D varav det finns 3! av.

Nu beräknar vi |A ∩ C| = vilket är ord som innehåller både SIK och DIS. Men detta går ej då s används två gånger.

Nu beräknar vi |B ∩ C| = vilket är ord som innehåller både RET och DIS. Vilket är permutationer av RET, DIS, T. Varav det finns 3! av.

Det finns inte heller ord som innehåller alla tre. Därav är |A ∩ B ∩ C| omöjligt.

Enligt inklusion – exklusion är antalet ord som ej innehåller delorden DIS, RET, SIK

5! + 5! + 5! – 3! – 3! = 348

7! – 348 = 4692

3,

(D) Bestäm antalet heltalslösningar till ekvationen

x1 +x2 +x3 +x4 =20, som är sådana att 0 ≤ x1 ≤ 3 , 0 ≤ x2 ≤ 4 och 0 ≤ x3 5.

Vi använder metoden av prickar och pinnar. Vi tänker oss att vi vill fördela 20 prickar mellan x1, x2, x3, x4 och vi gör detta genom att lägga ut prickarna i en rad med 3 pinnar emellan för att separera prickarna i 4 grupper.

\* \* \* |\* \* |\* \* \* \*| \* \* \* \* \* \* \* \* \* \* \*

Eftersom vi vill att 0 ≤ x1 ≤ 3 så finns det 4 möjligheter.

För varje sådan möjlighet finns det sedan 5 möjligheter för vart vi lägger pinne 2.

För varje sådan möjlighet finns det sedan 6 möjligheter för vart vi lägger pinne 3.

Enligt MP finns det därför 4\*5\*6 = 120 möjligheter totalt.

Svar: 120

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n/k | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 1 |  |  |
| 2 | 1 | 1 |  |
| 3 | 1 | 3 | 1 |
| 4 | 1 | 7 | 6 |
| 5 | 1 | 15 | 25 |
| 6 | 1 | 31 | 90 |
| 7 | 1 |  | 301 |

S(7,3) – S(6,3)

301 – 90 = 211